

## 格子照射型モアレ法のための光源の正しい設定法\*

### On the Setting of the Light Source for the Grid Illuminating Type Moiré Method

村 上 一 實<sup>1)</sup>      清 野 達 夫<sup>2)</sup>  
Kazumi MURAKAMI      Tatsuo SEINO

The grid illuminating type moiré method is known as a means of measuring the surface contour of a considerably large three dimensional object. Further, an improved theory for this method is developed, which secures the same degree of accuracy as that in the oblique shadow method.

To obtain correct results by these grid illuminating methods, it is necessary that the following four conditions are satisfied:

(1) The light source and the center of the camera lens (this means the point to be determined from the focal distance of the camera lens experimentally) are set up in the same plane parallel to the grid plane.

(2) These are placed on the same plane perpendicular to the grid lines.

(3) The film plane of the camera is set up parallel to the grid plane.

(4) The center of the camera lens is placed on the line which is normal to the grid plane and passes through its datum point.

But these conditions, except (2), are practically difficult to be satisfied.

In this paper, an equation for the moiré fringes is derived, which are formed when the light source and the center of the camera lens do not satisfy the first condition, and a simple procedure for satisfying exactly this condition is presented.

#### 1. はじめに

モアレ法によって比較的大きい寸法の三次元おうつ物体の表面形状を測定するための一手段として、**Meadows** ら<sup>1)</sup>および高崎<sup>2)</sup>によって、それぞれ独立に開発された格子照射法が知られている。この方法では、格子面とカメラの間の距離を可能な限り大きくして、実験が近似的に平行光線の条件で行われている限り、ほぼ正しい表面輪郭を得ることができる。この拘束を除去する目的で、著者らは改良理論を導いた<sup>3)</sup>。この新しい理論を上記の測定法に適用すると **Theocariss** が提案した平行光線斜入射法<sup>4)</sup>の精度と同じ精度の結果が得られる。

これらの格子照射法によって正しい結果を得るためには、次の四つの条件を満たしていることが必要である。

(1) 光源とカメラレンズの中心（これはカメラレンズの焦点距離から実験的に決定される点を意味する）が格子面に平行な同じ面上に設定されている。

---

\*昭和58年6月1日原稿受理

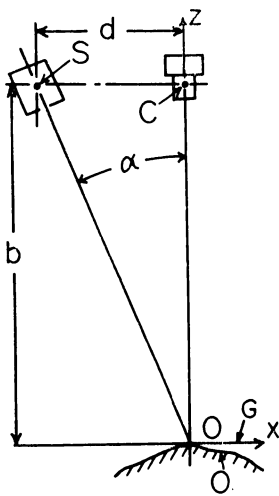
1), 2) 大阪産業大学短期大学部

- (2) これらが格子線に垂直な同じ面上に置かれている。
- (3) カメラのフィルム面が格子面に平行に設定されている。
- (4) カメラレンズの中心が格子面に垂直で、その基準点を通る線上に置かれている。

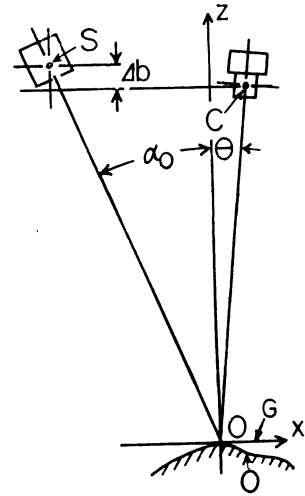
しかしこれらの条件は、(2)を除いて、実際上満たすことが困難である。

本論文では、光源とカメラレンズの中心が第1条件を満たさないとき形成されるモアレしま（以下単にしまという）の方程式が導かれている。そしてこの条件を正しく満たすための簡単な手順が示されている。

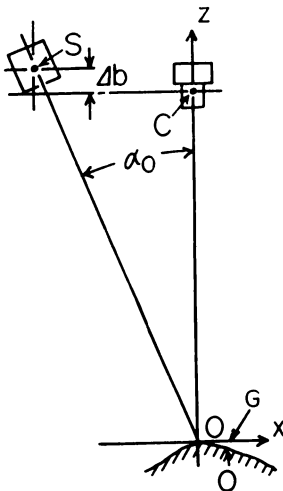
## 2. 条件(1)が満たされないときに形成されるしまの方程式



(a) exact setting



(b) practical setting



(c) setting in the case that conditions from (2) to (4) are satisfied

- S=point light source
- C=center of the camera lens
- G=grid plane
- O=measuring object
- $\Delta b$ =error in the setting distance of the light source
- $\alpha$ =exact incident angle of the light source
- $\alpha_0$ =erroneous incident angle of the light source
- $\theta$ =error in the setting angle of the camera

Fig.1 Setting of the optical system for the grid illuminating type moiré method

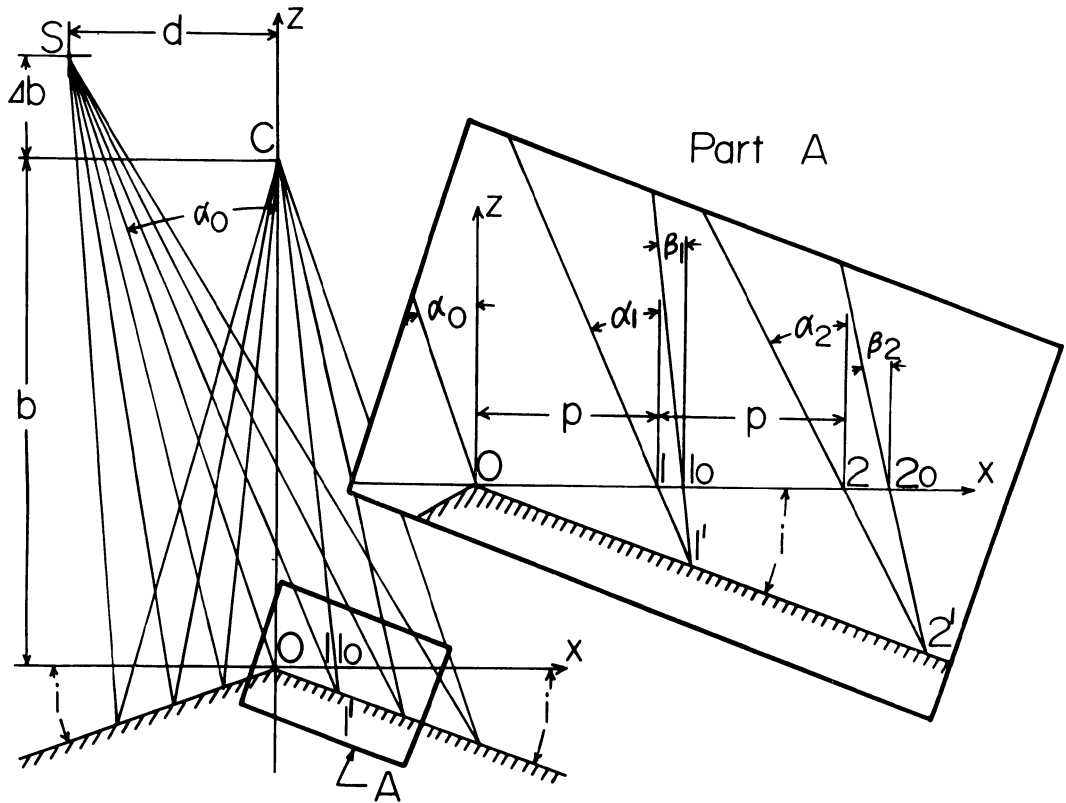


Fig.2 Principle of fringe formation in the optical system as shown in Fig. 1 (c)

前節で述べた格子照射法では、Fig. 1 (a)に示したような正確な光学系が用いられなければならない。しかしこの系は実際には(b)図に示したように設定されやすい。ここでは上述の四つの条件は満たされていない。本研究では、(2)から(4)までの条件が満たされているという仮定で、(c)図に示した系について考える。この系の場合のしま形成の原理がFig. 2に示されている。図に示すように、等間隔ピッチ  $p$  の格子が直角座標  $(x, y, z)$  の基準面  $[z=0$  の  $(x, y)$  面] 上に置かれており、格子線の方向を  $y$  軸に平行とする。この格子線の式は

$$x = lp, (l=0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (1)$$

で示すことができる。ここで  $l$  は格子線指数で、 $l=0$  の格子線が基準面上の基準点  $(x=y=0)$  を通るように置かれているとする。

一方、点光源  $S$  とカメラレンズの中心  $C$  がそれぞれ座標  $(-d, 0, b+\Delta b)$  および  $(0, 0, b)$  の位置に設定されているとする。ここで  $\Delta b$  は設定誤差である。

測定されるべき物体は一般に複雑な輪郭をしているが、それを  $x$  軸の正負の方向に角度  $i$  等しく傾いた切妻屋根型の表面形状をしており、その屋根が  $l=0$  の格子線に接触するように置かれているとする。この表面の式は

$$z = \mp x \tan i \quad (2)$$

で示される。

格子線が点光源によって照射される時、これらの格子線は測定すべき表面上に投影される。そこで、カメラから格子面を見ると、測定物表面上の陰格子線の仮想像が基準面の  $x$  軸上に形成されるが、

これは次式で示される。

$$x = \frac{l p \cot i}{\cot i \mp \tan \alpha_0 \pm l p \frac{\Delta b}{b(b+\Delta b)}} \quad (3)$$

ここで  $\alpha_0$  は角 **SOC** で、また分母のはじめの負または正符号および第二の正または負符号はそれぞれ  $x$  軸の正または負側に対応している（付録参照）。

これらの像格子線は元の格子線と干渉し、（明）しまを形成する。したがって、元の格子および像格子はそれぞれ参照格子および測定格子と考えてよい。参照格子は式(1)の線指数  $l$  を  $k$  で置換して

$$x = kp \quad (k=0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (4)$$

で表すことができる。

しまの式は

$$k - l = m \quad (m=0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (5)$$

で与えられる。ここで  $m$  はしま指数である。式(5)を式(3)および(4)と組み合わせて、

$$\frac{\Delta b}{b(b+\Delta b)} x^2 - \left\{ mp \frac{\Delta b}{b(b+\Delta b)} + \tan \alpha_0 \right\} x \pm mp \cot i = 0 \quad (6)$$

を得る。ここで正負の符号はそれぞれ  $x$  軸上の正負の側に対応している。

$\Delta b$  が零であれば、式(6)は

$$x = \pm mp \cot \alpha \cot i \quad (7)$$

となる。ここで  $\alpha$  は光源の正しい入射角である。上式は著者らが先の論文<sup>3)</sup>で導いた式と一致しており、しまの間隔は  $m$  の値に無関係に  $x$  軸の正および負側の双方で等しい。

一方、 $\Delta b$  が零でないときは、式(6)を解いて、

$$x = \frac{\left\{ mp \frac{\Delta b}{b(b+\Delta b)} + \tan \alpha_0 \right\} - \sqrt{\left\{ mp \frac{\Delta b}{b(b+\Delta b)} + \tan \alpha_0 \right\}^2 \mp 4 mp \frac{\Delta b}{b(b+\Delta b)} \cot i}}{2 \frac{\Delta b}{b(b+\Delta b)}} \quad (8)$$

を得る。ここで平方根記号の前の正符号はしまの正しい位置を考慮して除外してある。なお、平方根内の負または正符号は  $x$  軸上の正または負側に対応して用いなければならない。上式から  $x$  座標を計算すると、しま間隔は  $x$  軸上の正および負両側で  $m$  の種々の値に対して異なっており、またこれらのしまは両側で非対称になっていることがわかる。

$\Delta b$  の有無に対応する誤および正しま位置を比較するために、理論的相対誤差を次式のように定義する。

$$R_E = \left| \frac{\{X_T(m=N) - X_T(m=0)\} - \{X_E(m=N) - X_E(m=0)\}}{\{X_T(m=N) - X_T(m=0)\}} \right| \quad (9)$$

ここで  $x_T$  および  $x_E$  は  $m=0$  のしまから  $m=N$  のしままでのそれぞれ正しいおよび誤った  $x$  座標を示している。例として、Fig. 3 は  $\alpha_0 = i = 15^\circ$  および  $b = 1m$  が一定という条件で  $N=10$  の場合の  $R_E$  と  $\Delta b/b$  の関係を示す。図から明らかなように  $R_E$  は  $x$  軸の正および負側で、 $m$  の同じ値に対して異なった値になっている。

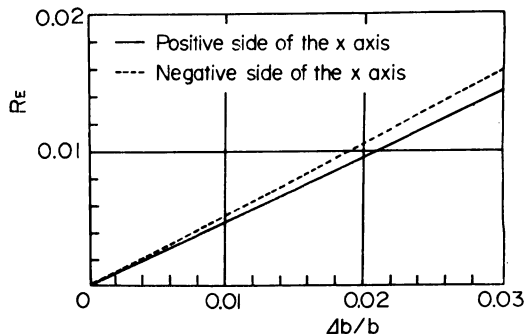


Fig. 3 Relation between the relative error  $R_E$  and the error of setting  $\Delta b/b$

### 3. 光源を正確に設定するための手順

第1節で述べた格子照射法で正しい結果を得

るためには、光源を正確に設定するための簡単な手順が開発されていることが望ましい。

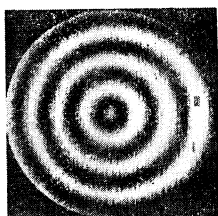
$m$  の値が  $x$  軸上の正負の両側で  $N$  であるという条件で式(6)を  $\Delta b$  と  $\alpha_0$  について解いて

$$\Delta b = \frac{Npb^2 (x_p + x_n) \cot i}{x_p x_n (x_n - x_p) - Npb (x_p + x_n) \cot i} \quad (10)$$

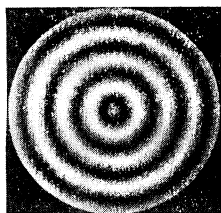
および

$$\alpha_0 = (\alpha =) \text{arc tan} \frac{Np \{ x_p^2 + x_n^2 - Np (x_p + x_n) \} \cot i}{x_p x_n (x_n - x_p)} \quad (11)$$

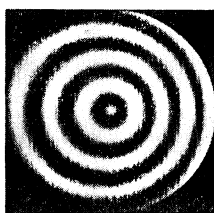
を得る。ここで  $x_p$  および  $x_n$  はそれぞれ  $x$  軸上の正および負側の  $N$  次のしまの座標である。 $x_p$  と  $x_n$  の測定値を式(10)に代入し、計算すると、 $\Delta b$  の値がわかるので、光源を正しく設定できる情報を知ることができる。この場合、光源の設定精度を高めるために、誤差  $\Delta b$  をあらかじめ大きく与えておき、また、 $N$  の値としては得られているしまパターンのうちで可能な限り大きくするのがよい。光源が正しく設定できれば、 $x_p$  と  $x_n$  の値を再び測定する。これらの値を式(11)に代入すれば、正しい  $\alpha$  の値が得られる。



(a)  $\Delta b/b \approx -0.268$



(b)  $\Delta b/b \approx 0$



(c)  $\Delta b/b \approx 0.174$

Fig. 4 Fringe patterns obtained experimentally

本研究では、第1節で述べた条件(1)を簡単に満たす方法のみが考えられており、他の条件を満たすための解決法まで進んでいない。したがって、式(10)と(11)の正当性を立証することができない。しかし、しまパターンの変化の傾向を調べるために、Fig. 1 (b)の設定条件で実験を行った。式(10)と(11)の誘導には、測定物表面の形状として、切妻型屋根を仮定したが、点検用形状としては、円錐形を用いてもよい。本実験では、高さ22cm、底面の直径250mmの円錐を作成し、その表面に白色ラッカーを塗付した。実験は  $p = 1mm$ ,  $\alpha_0 = 9^\circ$  および  $i = 10^\circ$  の条件で行った。Fig. 4 (a)~(c) は  $\Delta b/b$  がそれぞれほぼ  $-0.268$ ,  $0$  および  $0.174$  の条件で得たしまパターンを示す。(b)図の場合、形成されたしまパターンはほぼ等間隔の近似的同心円となっている。一方、

(a)および(c)図の場合、しま間隔はx軸の正および負側で異なっており、また、同心円からのしまのずれはこれらの2種類のしまの間で正反対となっている。

#### 4. 結 論

この研究の結果から次のような結論が得られる。

(1) 光源とカメラレンズの中心が条件(1)を満たさないときの切妻屋根型物体の場合に形成されたしまの座標の式が導かれた。式(8)から予想されるように、しまパターンはx軸の正および負側で非対称となる。この状況が実験によって確かめられた。

(2) 光源の設定誤差を計算するための式〔(10)〕が示された。この式の利用は光源を正確に設定するための重要な役割を演ずる。

#### 付 録

Fig. (2)において、測定格子の格子線は基準面上のx軸の正側で $p=\overline{01}=\overline{12}=\dots$ の等間隔のピッチである。しかし物体表面上に投影されたこれらの格子線の陰は $\overline{01'}$ ,  $\overline{1'2'}$ ,  $\dots$ の不等間隔のピッチとなる。これらの不等間隔の陰の格子線をカメラから観察したときには、x軸上で $\overline{01_0}$ ,  $\overline{1_02_0}$ ,  $\dots$ となる。

さて、x軸上の正側の測定格子線と陰格子線との幾何学的な関係が次のように考えられる。三角形 $011'$ から

$$\overline{11'} = p \frac{\sin i}{\cos(\alpha_1 + i)} \quad (a)$$

が成立する。また、三角形 $11'1_0$ から

$$\overline{11'} = \overline{11_0} \frac{\sin(\alpha_1 - \beta_1)}{\cos \beta_1} \quad (b)$$

が成立する。これらの式より

$$\overline{01_0} = p \frac{\cot i - \tan \beta_1}{\cot i - \tan \alpha_1} \quad (c)$$

を得る。

一方、次の関係が成立する。

$$\tan \alpha_1 = \frac{p + d}{b + \Delta b}, \quad \tan \beta_1 = \frac{\overline{01_0}}{b} \quad \text{および} \quad \tan \alpha_0 = \frac{d}{b + \Delta b} \quad (d)$$

式(d)を式(c)に代入して

$$\overline{01_0} = \frac{p \cot i}{\cot i - \tan \alpha_0 + p \frac{\Delta b}{b(b + \Delta b)}} \quad (e)$$

を得る。

上で述べたのと同様に進めて、 $\overline{02_0}$ とpとの間の関係を次のように得る。

$$\overline{0z_0} = \frac{2p \cot i}{\cot i - \tan \alpha_0 + 2p \frac{\Delta b}{b(b+\Delta b)}} \quad (f)$$

したがって、基準面上の x 軸の正側に形成される像格子線の式は

$$x = \frac{lp \cot i}{\cot i - \tan \alpha_0 + lp \frac{\Delta b}{b(b+\Delta b)}}, \quad (l=0, 1, 2, \dots) \quad (g)$$

となる。

基準面上の x 軸の負側について、測定格子線と陰格子線との間の幾何学的な関係を、上で述べたのと同様に考えて、負側で形成される像格子線の式として、

$$x = \frac{lp \cot i}{\cot i + \tan \alpha_0 - lp \frac{\Delta b}{b(b+\Delta b)}}, \quad (l=0, -1, -2, \dots) \quad (h)$$

を得る。

式(g)と式(h)とを組み合わせると、式(3)が得られる。

#### 参 考 文 献

- 1) D. M. Meadows, et al., Appl. Opt., 9-4(1970-4), 942.
- 2) H. Takasaki, Appl. Opt., 9-6(1970-6), 1467.
- 3) K. Murakami, et al., Bull. JSME, 21-155(1978-5), 788.
- 4) P. S. Theocaris, Proc. SESA, 21-1(1964-2), 169.